

2次方程式  $x^2 - 4x - 1 = 0$  の2つの実数解のうち大きいものを  $\alpha$ , 小さいものを  $\beta$  とする。  
 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し,

$$s_n = \alpha^n + \beta^n$$

とおく。

- (1)  $s_1, s_2, s_3$  を求めよ。また,  $n \geq 3$  に対し,  $s_n$  を  $s_{n-1}$  と  $s_{n-2}$  で表せ。
- (2)  $\beta^3$  以下の最大の整数を求めよ。
- (3)  $\alpha^{2003}$  以下の最大の整数の1の位の数を求めよ。

(東京大)