a , b を整数, m を正の整数とする。
a を m で割った余りと, b を m で割った余りが等しいとき（$a-b$ が m の倍数のとき）
a と b は m を法として合同であるといい

$$a \equiv b \pmod{m}$$

と表す。

a , b , c , d は整数, m , n は正の整数とする。
$a \equiv b \pmod{m}$ かつ $c \equiv d \pmod{m}$ のとき, 次が成り立つことを証明せよ。

$$a+c \equiv b+d \pmod{m} \quad \cdots ①$$

$$a-c \equiv b-d \pmod{m} \quad \cdots ②$$

$$ac \equiv bd \pmod{m} \quad \cdots ③$$

$$a^n \equiv b^n \pmod{m} \quad \cdots ④$$

Ex 1

n は整数とする。合同式を用いて, 次のものを求めよ。

(1) n を 7 で割った余りが 4 であるとき, n^2+3n+5 を 7 で割った余り

(2) n を 15 で割った余りが 3 であるとき, n^3+8n を 15 で割った余り

Ex 2

(1) 3^{100} を 8 で割った余りを求めよ。

(2) 2^{100} を 9 で割った余りを求めよ。

（合同式）