

赤い箱に赤玉が4個、白玉が2個入っています。白い箱には、赤玉が2個、白玉が4個入っています。第1回目の試行では、赤い箱から玉を1個取り出して、赤い箱に戻します。この第1回目の試行で赤玉を取り出した場合は、第2回目の試行で赤い箱から玉を1個取り出して赤い箱に戻します。また、第1回目の試行で白玉を取り出した場合は、第2回目の試行で白い箱から玉を1個取り出して白い箱に戻します。以下、同様の試行を繰り返します。すなわち、第  $n$  回目の試行で赤玉を取り出した場合には、第  $n+1$  回目の試行で赤い箱から玉を1個取り出して赤い箱に戻し、第  $n$  回目の試行で白玉を取り出した場合には、第  $n+1$  回目の試行で白い箱から玉を1個取り出して白い箱に戻します。

第  $n$  回目の試行で赤が出る確率を  $P_n$  とするとき、 $P_n$  に関する漸化式

$$P_{n+1} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} P_n + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$$

が成立します。このことから

$$P_n = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} + \frac{1}{\boxed{\phantom{00}}} \times \left( \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \right)^n$$

であることがわかります。そして、第1回目から第  $n$  回目までに赤玉が取り出される回数の期待値は

$$\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \times n + \frac{1}{\boxed{\phantom{00}}} \times \left\{ \boxed{\phantom{00}} - \left( \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \right)^n \right\}$$

となります。

(慶応大)