

表が出る確率が p , 裏が出る確率が $1-p$ であるような硬貨がある。ただし, $0 < p < 1$ とする。この硬貨を投げて, 次のルール (R) の下で, ブロック積みゲームを行う。

- (R) $\left\{ \begin{array}{l} \text{①} \text{ ブロックの高さは, 最初は } 0 \text{ とする。} \\ \text{②} \text{ 硬貨を投げて表が出れば高さ } 1 \text{ のブロックを } 1 \text{ つ積み上げ,} \\ \text{裏が出ればブロックをすべて取り除いて高さ } 0 \text{ に戻す。} \end{array} \right.$

n を正の整数, m を $0 \leq m \leq n$ を満たす整数とする。

- (1) n 回硬貨を投げたとき, 最後にブロックの高さが m となる確率 p_m を求めよ。
- (2) (1) で, 最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。
- (3) ルール (R) の下で, n 回硬貨投げを独立に 2 度行い, それぞれ最後のブロックの高さを考える。2 度のうち, 高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。ただし, 最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。

(東京大)