

空間ベクトル $\vec{a}=(1,0,0), \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ を考える。 $|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{d}|=1$ で、 \vec{b} は xy 平面上にあり、その y 成分は正とする。また、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = p$ とおく。

(1) $|p| < 1$ であることを示せ。また、 p を用いて \vec{b} の成分表示を書け。

(2) \vec{c} と \vec{d} は相異なり、

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} = p$$

をみたすとする。 \vec{c} の z 成分が正のとき、 p を用いて \vec{c} と \vec{d} の成分表示を書け。

(3) 上の条件に加えて $\vec{c} \cdot \vec{d} = p$ であるとき p の値を求めよ。

(北海道大)