

二つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を次の漸化式によって定める。

$$a_1 = 3, b_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(3a_n + 5b_n)$$

$$b_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 3b_n)$$

- (1) すべての自然数 n について、 $a_n^2 - 5b_n^2 = 4$ であることを示せ。
- (2) すべての自然数 n について、 a_n, b_n は自然数かつ $a_n + b_n$ は偶数であることを証明せよ。

(筑波大)