

微分可能な関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  が次の 4 条件を満たしている。

- (a) 任意の正の実数  $x$  について  $f(x) > 0$ ,  $g(x) > 0$
- (b) 任意の実数  $x$  について  $f(-x) = f(x)$ ,  $g(-x) = -g(x)$
- (c) 任意の実数  $x, y$  について  $f(x+y) = f(x)f(y) + g(x)g(y)$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = 2$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $f(0)$  および  $g(0)$  を求めよ。
- (2)  $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2$  を求めよ。
- (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-f(x)}{x^2}$  を求めよ。
- (4)  $f(x)$  の導関数を  $g(x)$  を用いて表せ。
- (5) 曲線  $y = f(x)g(x)$ , 直線  $x = a$  ( $a > 0$ ) および  $x$  軸で囲まれる図形の面積が 1 のとき  $f(a)$  の値を求めよ。

(東京医科歯科大)