

実数 $p > 0$ に対して,

$$f(x) = e^{(p+1)x} - e^x$$

とおく。以下の間に答えよ。

(1) $f(x)$ が最小となる x の値 s_p を求め, $y = f(x)$ のグラフを描け。

$$(2) g(t) = \int_t^{t+1} f(x)e^{t-x} dx$$

とおく。 $g(t)$ が最小となる t の値 t_p を求めよ。

(3) $0 < p \leq 1$ のとき,

$$1 + \frac{p}{2} \leq \frac{e^p - 1}{p} \leq 1 + \frac{p}{2} + p^2$$

が成立することを用いて, 右側からの極限 $\lim_{p \rightarrow +0} (t_p - s_p)$ を求めよ。

(早稲田大)