

n, m を 0 以上の整数とし, $I_{n,m} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \sin^m \theta d\theta$ とおく。

(1) $n \geq 2$ のとき, $I_{n,m}$ を $I_{n-2,m+2}$ を用いて表せ。

(2) $I_{2n+1,2m+1} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^n (1-x)^m dx$ を示せ。

(3) $\frac{n!m!}{(n+m+1)!} = \frac{{}_m C_0}{n+1} - \frac{{}_m C_1}{n+2} + \dots + (-1)^m \frac{{}_m C_m}{n+m+1}$ を示せ。

ただし $0! = 1$ とする。

(千葉大)