

O を原点とする座標平面上の曲線

$$C: y = \frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + 2}$$

と、その上の相異なる 2 点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ を考える。

- (1) $P_i (i=1, 2)$ を通る x 軸に平行な直線と、直線 $y=x$ との交点を、それぞれ $H_i (i=1, 2)$ とする。このとき $\triangle OP_1H_1$ と $\triangle OP_2H_2$ の面積は等しいことを示せ。
- (2) $x_1 < x_2$ とする。このとき C の $x_1 \leq x \leq x_2$ の範囲にある部分と、線分 P_1O, P_2O とで囲まれる図形の面積を y_1, y_2 を用いて表せ。

(東京大)