

$x > 0$ を定義域とする関数 $f(x) = \frac{12(e^{3x} - 3e^x)}{e^{2x} - 1}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ ($x > 0$) は、実数全体を定義域とする逆関数を持つことを示せ。すなわち、任意の実数 a に対して、 $f(x) = a$ となる $x > 0$ がただ 1 つ存在することを示せ。
- (2) 前問 (1) で定められた逆関数を $y = g(x)$ ($-\infty < x < \infty$) とする。

このとき、定積分 $\int_8^{27} g(x) dx$ を求めよ。

(東京大)