

$x \neq 1$ に対して、 $f_1(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ とおく。

$f_{n+1}(x) = xf_n(x) + n + 1$ ($n \geq 1$) によって、 $f_n(x)$ を定義する。

このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n(e^{\frac{1}{n}})}{n^2}$ を求めよ。

(大阪大)