

$x \neq 1$  に対して、 $f_1(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$  とおく。

$f_{n+1}(x) = xf_n(x) + n + 1$  ( $n \geq 1$ ) によって、 $f_n(x)$  を定義する。

このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n(e^{\frac{1}{n}})}{n^2}$  を求めよ。

(大阪大)