

関数  $f(x) = 4x - x^2$  に対し, 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = c, \quad a_{n+1} = \sqrt{f(a_n)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与える。ただし,  $c$  は  $0 < c < 2$  を満たす定数である。

- (1)  $a_n < 2$ ,  $a_n < a_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ。
- (2)  $2 - a_{n+1} < \frac{2-c}{2}(2 - a_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

(東北大)