

座標平面上において、方程式  $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 12$  で表される図形  $C$  を考える。

行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  を用いると、この方程式は  $(x \ y)A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 12$  と表せる。

$0 < \theta < \pi$  である  $\theta$  を用いて、 $P = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  と表される行列  $P$  が、ある実数  $\alpha, \beta$

( $\alpha < \beta$ ) に対し、 $AP = P \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$  を満たすとする。このとき、 $\theta = \boxed{\text{(ア)}}$  であり、

$\alpha = \boxed{\text{(イ)}}$ 、 $\beta = \boxed{\text{(ウ)}}$  である。 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$  とおくと、図形  $C$  の方程式

$3x^2 + 2xy + 3y^2 = 12$  は

$$\frac{s^2}{\boxed{\text{(エ)}}} + \frac{t^2}{\boxed{\text{(オ)}}} = 1$$

となる。

図形  $C$  上の 2 点間の距離の最大値は  $\boxed{\text{(カ)}}$  であり、この最大値を与える図形  $C$  上の 2

点の座標は  $\boxed{\text{(キ)}}$  と  $\boxed{\text{(ク)}}$  である。

(慶応大)