

以下の問いに答えよ。

- (1) 実数  $a$  に対し、2 次の正方行列  $A, P, Q$  が 5 つの条件

$$A = aP + (a+1)Q, P^2 = P, Q^2 = Q, PQ = O, QP = O$$

をみたすとする。ただし  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  である。このとき、 $(P+Q)A = A$  が成り立つことを示せ。

- (2)  $a$  は正の数として、行列  $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$  を考える。この  $A$  に対し、(1) の 5 つの条件をすべてみたす行列  $P, Q$  を求めよ。

- (3)  $n$  を 2 以上の整数とし、 $2 \leq k \leq n$  をみたす整数  $k$  に対して  $A_k = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 1 & k+1 \end{pmatrix}$  とおく。行列の積  $A_n A_{n-1} A_{n-2} \cdots A_2$  を求めよ。

(東京大)