

次の等式を満たす関数 $f(x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) がただ一つ定まるための実数 a, b の条件を求めよ。また、そのときの $f(x)$ を決定せよ。

$$f(x) = \frac{a}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(x+y) f(y) dy + \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(x-y) f(y) dy + \sin x + \cos x$$

ただし、 $f(x)$ は区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ で連続な関数とする。

(東京大)