

曲線 $C: y = \frac{1}{x+2}$ ($x > -2$) を考える。曲線 C 上の点 $P_1\left(0, \frac{1}{2}\right)$ における接線を l_1 とし、 l_1 と x 軸との交点を Q_1 、点 Q_1 を通り x 軸と垂直な直線と曲線 C との交点を P_2 とおく。以下同様に、自然数 n ($n \geq 2$) に対して、点 P_n における接線を l_n とし、 l_n と x 軸との交点を Q_n 、点 Q_n を通り x 軸と垂直な直線と曲線 C との交点を P_{n+1} とおく。

- (1) l_1 の方程式を求めよ。
- (2) P_n の x 座標を x_n ($n \geq 1$) とする。 x_{n+1} を x_n を用いて表し、 x_n を n を用いて表せ。
- (3) l_n , x 軸, y 軸で囲まれる三角形の面積 S_n を求め、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

(筑波大)