

$xyz$  空間に 3 点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(0, \sqrt{3}, 1)$  がある。平面  $z=0$  に含まれ、中心が  $O$ , 半径が 1 の円を  $W$  とする。点  $P$  が線分  $OA$  上を, 点  $Q$  が円  $W$  の周および内部を動くとき,  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  をみたす点  $R$  全体がつくる立体を  $V_A$  とおく。同様に点  $P$  が線分  $OB$  上を, 点  $Q$  が円  $W$  の周および内部を動くとき,  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  をみたす点  $R$  全体がつくる立体を  $V_B$  とおく。さらに  $V_A$  と  $V_B$  の重なり合う部分を  $V$  とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 平面  $z = \cos \theta$   $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$  による立体  $V$  の切り口の面積を  $\theta$  を用いて表せ。
- (2) 立体  $V$  の体積を求めよ。

(大阪大)