

$a^2 + b^2 = 1$ を満たす正の実数 a, b の組 (a, b) の全体を S とする。 S に含まれる (a, b) に対し、 xyz 空間内に 3 点 $P(a, b, b), Q(-a, b, b), R(0, 0, b)$ をとる。また原点を O とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) 三角形 OPQ を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を F_1 とする。

(a, b) が S の中を動くとき、 F_1 の体積の最大値を求めよ。

(2) 三角形 PQR を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を F_2 とする。

$a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 F_2 の xy 平面による切り口の周を xy 平面上に図示せよ。

(3) 三角形 OPR を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を F_3 とする。

(a, b) が S の中を動くとき、 F_3 の体積の最大値を求めよ。

(東京医科歯科大)